

RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT	Session principale 2023
	Épreuve : Mathématiques	Section : Économie et Gestion
	Durée : 2h	Coefficient de l'épreuve: 2

N° d'inscription



Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4

Exercice 1 (4,5 points)

Un site de vente en ligne met en vente 2 types de produits (Q) et (R).

Une étude statistique a donné les résultats suivants :

- 40% des visiteurs de ce site ont acheté le produit (Q).
- 50% des visiteurs de ce site ont acheté le produit (R).
- Parmi ceux qui ont acheté le produit (R), 20% ont acheté aussi le produit (Q).

On choisit au hasard un visiteur de ce site et on note :

- A l'événement : « le visiteur choisi a acheté le produit (Q) ».
- B l'événement : « le visiteur choisi a acheté le produit (R) ».

On note également \bar{A} et \bar{B} les événements contraires respectifs de A et B.

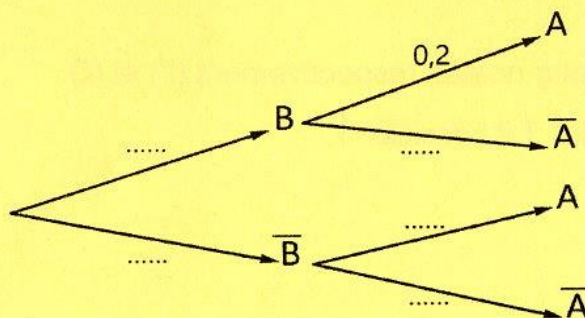
1) a- Donner $p(A)$ et $p(B)$.

b- Vérifier que $p(A \cap B) = 0,1$.

c- Quelle est la probabilité que le visiteur choisi ait acheté le produit (R) sachant qu'il a acheté le produit (Q) ?

2) a- Vérifier que : $p(A | \bar{B}) = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{1 - p(B)}$.

b- Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



3) On choisit au hasard 5 visiteurs de ce site et on désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de ceux qui n'ont acheté aucun des produits (Q) et (R).

On admet que le nombre de visiteurs est suffisamment grand pour que l'on puisse considérer que X suit une loi binomiale.

a- Déterminer les paramètres de X .

b- Montrer que $p(X=2) = 0,2048$.

Exercice 2 (4,5 points)

Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 5 & 2 & -1 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

1) a- Calculer le déterminant de A et déduire que A est inversible.

b- Calculer $A \times B$ puis donner la matrice A^{-1} inverse de A .

2) Soient a , b et c trois réels tels que, pour tout $x > 1$, on a :

$$\frac{a}{x+2} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 6x - 11}{(x+2)(x-1)^2}.$$

a- Montrer que a , b et c vérifient le système (S) :

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ -2a + b + c = -6 \\ a - 2b + 2c = -11 \end{cases}$$

b- Donner l'écriture matricielle de (S).

c- Déterminer alors a , b et c .

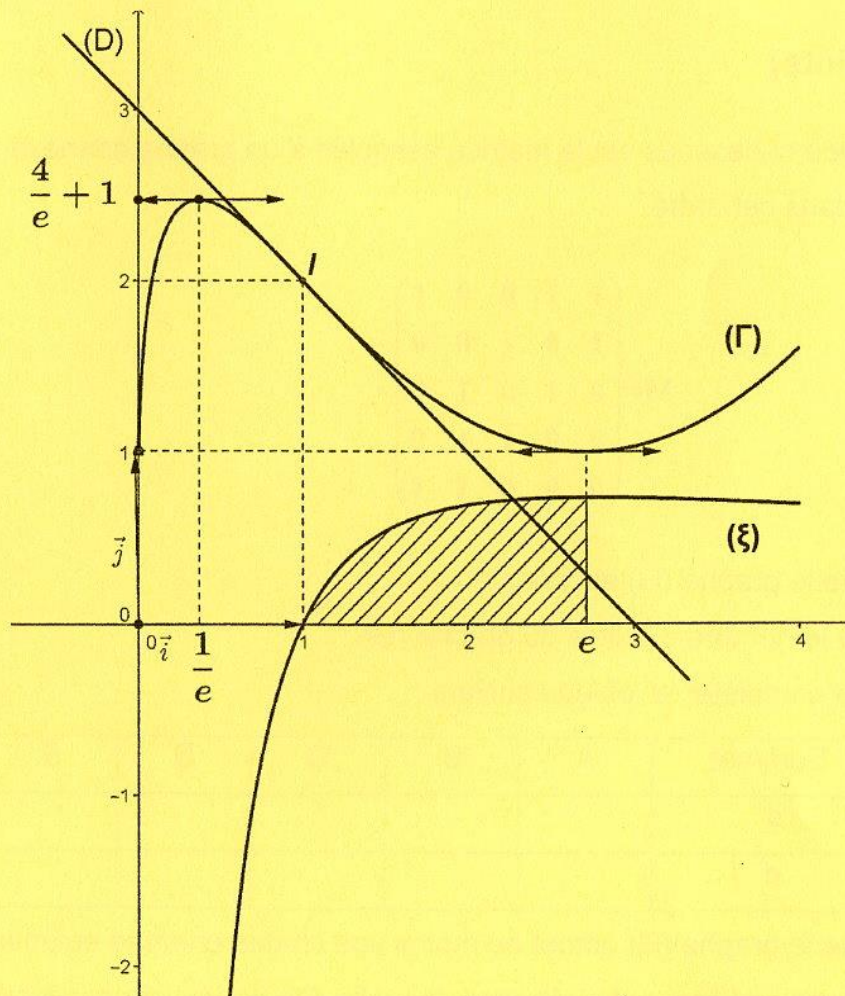
3) En déduire que : $\int_3^6 \frac{2x^2 - 6x - 11}{(x+2)(x-1)^2} dx = 2 \ln 2 - \frac{3}{2}$.

Exercice 3 (6 points)

Soient f une fonction définie et dérivable sur $]0; 4]$, g sa fonction dérivée et F une fonction primitive de f sur $]0; 4]$.

Dans la figure ci-après, on a tracé, dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) :

- Les courbes représentatives de F et g notées respectivement (Γ) et (ξ) .
- La droite (D) tangente à (Γ) au point I d'abscisse 1.



En utilisant les données et le graphique :

- 1) a- Donner $g(1)$ et le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .
 b- Justifier que I est un point d'inflexion de la courbe (Γ) .

- 2) a- Donner $f\left(\frac{1}{e}\right)$ et $f(e)$.

b- Justifier que $f(1) = -1$.

c- Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $\left[\frac{1}{e}, e\right]$.

- 3) a- Donner, en unité d'aire, l'aire \mathcal{A} de la partie hachurée.

b- Justifier que : $\int_1^e f(x)g(x)dx = -\frac{1}{2}$.

- 4) a- Donner $F\left(\frac{1}{e}\right)$ et $F(e)$.

b- Déterminer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $\left[\frac{1}{e}, e\right]$.

Exercice 4 (5 points)

La matrice M donnée ci-dessous est la matrice associée à un graphe connexe (G) de sommets A, B, C, D et E pris dans cet ordre.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) a- Justifier que le graphe (G) est orienté.
- b- Déterminer le nombre d'arêtes du graphe (G) .
- c- Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet	A	B	C	D	E
d^+					
d^-					

- d- Justifier que le graphe (G) admet au moins une chaîne orientée eulérienne.
- e- Déterminer, en justifiant votre réponse, laquelle des figures ci-dessous est une représentation du graphe (G) ?

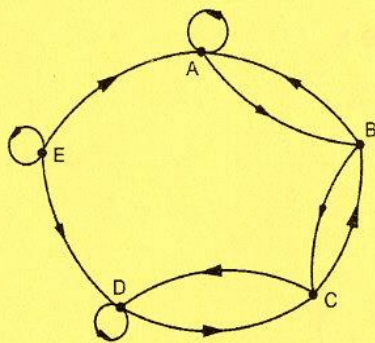


Figure 1

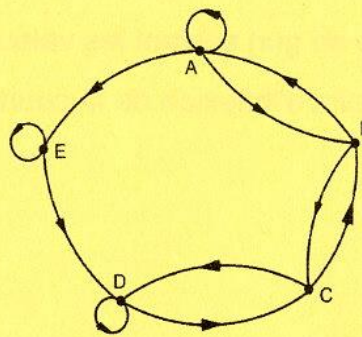


Figure 2

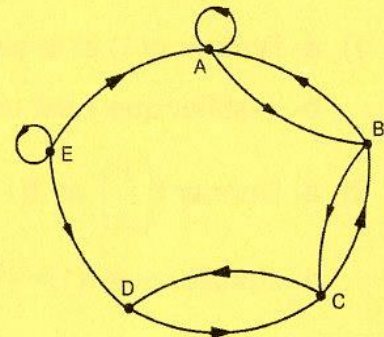


Figure 3

2) On donne : $M^4 = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 7 & 10 & 7 \\ 4 & 6 & 3 & 7 & 5 \\ 4 & 2 & 6 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & 4 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$.

- a- Déterminer le nombre de chaînes orientées de longueur 4 reliant D à A .
 - b- Citer une chaîne orientée de longueur 4 reliant D à A .
- 3) a - Justifier que le graphe (G) n'admet pas de cycle orienté eulérien.
- b- Quelle arête doit-on ajouter au graphe (G) pour en avoir un graphe orienté eulérien de même ordre ?