

Exercice 2 : (4points)

Soient A et B les matrices suivantes : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -6 & -3 \\ 3 & -7 & 4 \\ -3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

- 1) a) Calculer le déterminant de la matrice A et montrer qu'elle est inversible.
b) Montrer que $A \times B = -9I_3$. En déduire la matrice A^{-1} inverse de A.
- 2) Le technicien d'une banque chargé de l'alimentation de la machine de distribution des billets d'argent (DAB) se dispose d'une somme totale de 28500 dinars composée de 1800 billets sous trois types :
 - des billets de **10** dinars.
 - des billets de **20** dinars.
 - des billets de **50** dinars.

On suppose que le nombre de billets de 10 dinars est le double de celui du reste des billets.

- a) Montrer que la situation décrite ci-avant se traduit par le système suivant :

$$(S) : \begin{cases} x + 2y + 5z = 2850 \\ x + y + z = 1800 \\ x - 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

- b) Donner l'écriture matricielle du système (S).
- c) Déterminer alors le nombre de billets de chaque type.

Exercice 3 : (5points)

Une étude statistique faite sur les moyens de transport qu'utilisent les étudiants résidents dans un foyer universitaire entre le foyer et leur campus universitaire a montré que :

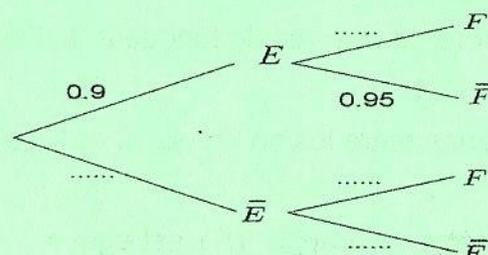
- le taxi et le bus sont Les seuls moyens de transport utilisés.
- Le moyen de transport utilisé par un étudiant en aller peut être changé en retour.
- Chaque étudiant fait un seul déplacement aller et retour chaque jour.
- 90 % des étudiants utilisent le bus en aller.
- 95 % des étudiants qui ont choisi le bus en aller le choisissent aussi en retour.
- 60 % des étudiants qui ont choisi le taxi en aller choisissent le bus en retour.

On interroge au hasard un étudiant de ce foyer universitaire et on considère les événements suivants :

E : «l'étudiant choisit le bus en aller ».

F : «l'étudiant choisit le taxi en retour».

- 1) Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-contre :



- 2) a) Calculer la probabilité qu'un étudiant choisit le taxi en aller et en retour.
 b) Montrer que la probabilité qu'un étudiant change le moyen de transport au retour est égale à 0.105.
- 3) Le coût d'un aller ou d'un retour d'un étudiant est de 0.5 dinars en bus et de 3 dinars en taxi. On note X la variable aléatoire donnant le coût en dinars d'un déplacement d'un étudiant pendant un jour (aller et retour).
- a) Déterminer la loi de probabilité de X .
 b) Vérifier que l'espérance mathématique de X est égale à 1.4625.
 c) Une association estudiantine veut rembourser pour 100 étudiants leurs frais de déplacement pendant 100 jours. Quel est en dinars le montant moyen prévu par cette association pour ce remboursement ?

Exercice 4 : (6points)

On considère la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par : $f(x) = 3xe^{2-x}$.

- 1) a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.
 b) Montrer que pour tout $x \geq 0$ on a : $f'(x) = 3(1-x)e^{2-x}$.
 c) Dresser le tableau de variation de f .
- 2) a) Calculer $f(2)$.
 b) Montrer que l'équation $f(x) = 6$ admet dans $[0, 1]$ une unique solution α .
 c) Déterminer alors l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 6$.
- 3) Soit F la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par : $F(x) = -3(x+1)e^{2-x}$.
- a) Vérifier que F est une primitive de f sur $[0, +\infty[$.
 b) Justifier alors que $\int_1^3 f(t)dt = 6e - \frac{12}{e}$.
- 4) Une pâtisserie produit et vend chaque mois x centaines de pièces de gâteaux avec $x \in [0, 6]$. Le bénéfice exprimé en mille dinars est modélisé par $f(x)$.
- a) Quel est le bénéfice maximal à un dinars près (par excès) réalisé par la pâtisserie pendant un mois ?
 b) Déterminer le bénéfice moyen à un dinars près (par excès) que la pâtisserie estime réaliser lorsqu'elle produit et vend entre 100 et 300 pièces de gâteaux pendant un mois.
 c) Dans cette question on prendra $\alpha = 0.4$.

La pâtisserie veut que le bénéfice mensuel dépasse 6 milles dinars. Donner un encadrement du nombre de pièces de gâteaux que la pâtisserie devrait produire pour atteindre cet objectif.